Lógica Proposicional

La lógica proposicional es la más antigua y simple de las formas de lógica. Utilizando una representación primitiva del lenguaje, permite representar y manipular aserciones sobre el mundo que nos rodea. La lógica proposicional permite el razonamiento, a través de un mecanismo que primero evalúa sentencias simples y luego sentencias complejas, formadas mediante el uso de conectivos proposicionales, por ejemplo Y (AND), O (OR). Este mecanismo determina la veracidad de una sentencia compleja, analizando los valores de veracidad asignados a las sentencias simples que la conforman.

Una proposición es una sentencia simple que tiene un valor asociado ya sea de verdadero (V), o falso (F). Por ejemplo:

Hoy es Viernes

Ayer llovió

Hace frío

La lógica proposicional, permite la asignación de un valor verdadero o falso para la sentencia completa, no tiene facilidad par analizar las palabras individuales que componen la sentencia. Por este motivo, la representación de las sentencias del ejemplo, como proposiciones, sería:

hoy_es_Viernes

ayer_llovió

hace_frío

La proposiciones pueden combinarse para expresar conceptos más complejos. Por ejemplo:

hoy_es_Viernes y hace_frío.

A la proposición anterior dada como ejemplo, se la denomina **fórmula bien formada** (*well-formed formula*, **wff**). Una fórmula bien formada puede ser una proposición simple o compuesta que tiene sentido completo y cuyo valor de veracidad, puede ser determinado. La lógica proposicional proporciona un mecanismo para asignar valores de veracidad a la proposición compuesta, basado en los valores de veracidad de las proposiciones simples y en la naturaleza de los conectores lógicos involucrados.

Los conectadores básicos de la lógica proposicional, se dan en la Tabla 4.1. Las tablas de verdad para las operaciones básicas, se muestran en la Tabla 4.2.

NOMBRE	CONECTOR	SÍMBOLO
Conjunción	Y	$\wedge$
Disyunción	O	V
Negación	NO	~
Implicación	Si-Entonces	=>
Equivalencia	Igual	=

Conectiva	Expresión en el lenguaje natural	Ejemplo	Símbolo en este artículo
Negación	no	**No** está lloviendo.	$\neg$
Conjunción	y	Está lloviendo **y** está nublado.	$\wedge$
Disyunción	o	Está lloviendo **o** está soleado.	$\vee$
Condicional material	si... entonces	**Si** está soleado, **entonces** es de día.	$\rightarrow$
Bicondicional	si y sólo si	Está nublado **si y sólo si** hay nubes visibles.	$\leftrightarrow$
Negación conjunta	ni... ni	**Ni** está soleado **ni** está nublado.	$\downarrow$
Disyunción excluyente	o bien... o bien	**O bien** está soleado, **o bien** está nublado.	$\nleftrightarrow$

***Tabla 4.1** Conectores básicos de la lógica proposicional*

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V

***Tabla 4.2** Tablas de verdad para operadores lógicos*

Valores de verdad de los enunciados.

- **La conjunción:**

  Una conjunción **p & q** es verdadera cuando todos sus elementos son verdaderos y es falsa cuando alguno de sus elementos o todos ellos sean falsos.

  La representación de los valores de verdad de la conjunción :

p q	p ∧ q
1 1	1
1 0	0
0 1	0
0 0	0

- **La disyunción:**

  Una disyunción **p V q** es verdadera cuando por lo menos uno de sus elementos es verdadero y es falsa cuando todos sus elementos son falsos.

  La tabla de verdad de la disyunción es:

p q	p V q
1 1	1
1 0	1
0 1	1
0 0	0

- **La implicación:**

Una implicación **p -> q** es verdadera siempre que no se de el caso de que su antecedente **p** sea verdadero y su consecuente **q** falso.

La tabla de verdad de la implicación es la siguiente:

p q	p -> q
1 1	1
1 0	0
0 1	1
0 0	1

- **El bicondicional o coimplicador**

Una coimplicación **p <-> q** es verdadera cuando sus elementos (**p** y **q**) tengan el mismo valor de verdad, es decir, sean los dos verdaderos o los dos falsos.

Su representación es la siguiente:

p q	p <-> q
1 1	1
1 0	0
0 1	0
0 0	1

- **La negación**

Dado cualquier enunciado verdadero **p** , su negación **¬p** será falsa.Y si un enunciado es falso, su negación será verdadera.

La tabla de verdad de la negación puede representarse como sigue :

p	¬ p
1	0
0	1

Existen varias equivalencias en lógica proposicional, similares a las del álgebra Booleana. Estas se dan en la Tabla 4.3.

DENOMINACIÓN	**REPRESENTACIÓN LÓGICA**
Leyes Equipotenciales	A => B = ~A v B A ^ ~A = F A v ~A = V
Leyes Conmutativas	A ^ B = B ^ A A v B = B v A
Leyes Distributivas	A ^ (B v C) = (A ^ B) v (A ^ C) A v (B ^ C) = (A v B) ^ (A v C)
Leyes Asociativas	A ^ (B ^ C) = (A ^ B) ^ C A v (B v C) = (A v B) v C
Leyes Absortivas	A ^ (A v B) = A A v (A ^ B) = A
Leyes de DeMorgan	~(A ^ B) = ~A v ~B ~(A v B) = ~A ^ ~B

Tabla 4.3 Equivalencias en lógica proposicional