

Unidad 10 ► **Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas**

1 Calcula las imágenes de las siguientes funciones exponenciales para los diferentes valores de x :

a) $f(x) = 2^x$ si $x = -2, 0, 3$

b) $f(x) = 4^x$ si $x = -1, 0, 3$

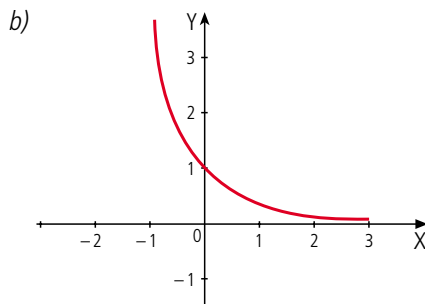
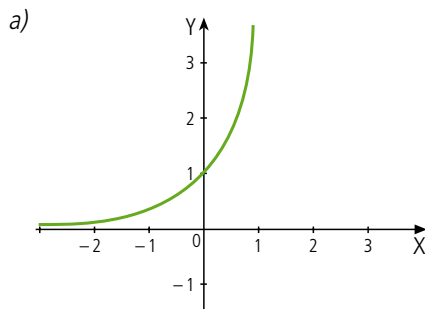
c) $f(x) = 10^x$ si $x = -2, 0, 4$

d) $f(x) = 5^x$ si $x = -4, 0, 2$

2 Demuestra que $2^{5+3} = 2^5 \cdot 2^3$

3 Demuestra que $2^{4-3} = \frac{2^4}{2^3}$

4 Describe las características de las siguientes gráficas:



5 Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a) $\log 10$

b) $\log 1\,000$

c) $\log 0,1$

d) $\log 100\,000$

6 Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $5^x = 125$

b) $3^x = 729$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{16}$

d) $9^x = 6\,561$

e) $10^x = 100\,000$

7 Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 (256 : 8)$

b) $\log_4 (64 \cdot 16)$

c) $\log_5 (125 \cdot 625)$

d) $\log_3 (243 : 729)$

e) $\log_2 (128 : 64)$

f) $\log (1\,000 : 10)$

8 Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 243^5$

b) $\log_2 64^3$

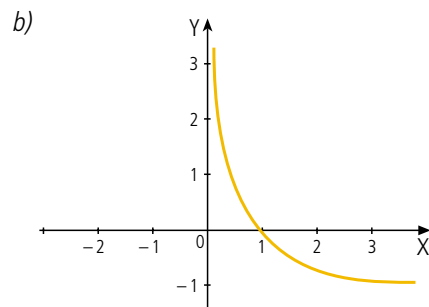
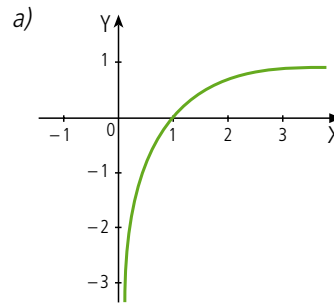
c) $\log_5 125^4$

d) $\log_6 1\,296^{10}$

e) $\log 1\,000^{10}$

f) $\log_{11} 1\,331^5$

9 Indica las características de las siguientes gráficas:



1 Calcula las imágenes de las siguientes funciones exponenciales para los diferentes valores de x :

a) $f(x) = 10^x$ si $x = 2, -3, 0$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ si $x = -2, 3, 1$

c) $f(x) = 3^x$ si $x = -1, 0, 4$

d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ si $x = 3, 0, -2$

2 Demuestra que $4^{6 \cdot 9} = \frac{4^6}{4^9}$

3 Demuestra que $5^{2 \cdot 4} = (5^2)^4$

4 Indica las diferencias entre las funciones: $f(x) = 10^x$;

$g(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$

5 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $4^{2x+3} = 64^{3x-1}$

b) $2^{-(x+2)} = 16^{-x+10}$

c) $7^{\left(-\frac{x}{2}+3\right)} = 343^{2x+15}$

d) $3^{2x-1} = 243^{-x-1}$

6 Indica las diferencias entre $\log_2 x$ y $\log_{\frac{1}{2}} x$.

7 Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_5 15625^3$

b) $\log_7 49^{10}$

c) $\log_6 1296^{12}$

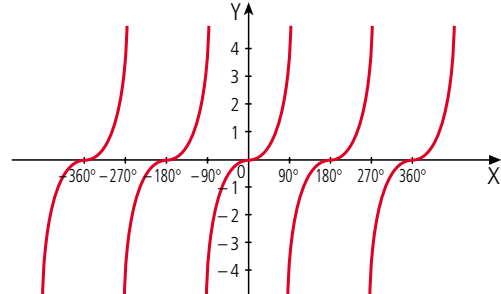
d) $\log_7 (343 \cdot 16807)$

e) $\log_2 (64 : 256)$

f) $\log (10000 : 0,1)$

8 Realiza la representación gráfica de $\cos 2x$ e indica sus características.

9 Indica las características de la siguiente gráfica:



10 Representa una gráfica que cumpla las siguientes características:

a) Que sea simétrica respecto al origen.

b) Que sea discontinua en $x = 0$

c) Que sea decreciente.

d) Que sea convexa en $(0, \infty)$ y cóncava en $(-\infty, 0)$.



Unidad 10 ► **Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas**

- 1 Elabora una tabla de valores para la función $f(x) = 4^x$ y realiza su representación gráfica.
- 2 Elabora una tabla de valores para la función $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ y realiza su representación gráfica.
- 3 Representa una gráfica que cumpla las siguientes características:
 - a) Que sea continua.
 - b) Que sea creciente.
 - c) Que pase por el punto (0, 1) y por el punto (1, 3).
 - d) Que cuando el valor de x se acerque a menos infinito, el valor de la función se acerque a cero.

¿Sabrías decir a qué función corresponde dicha gráfica?

- 4 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:
 - a) $2^{4x+1} = 8^{x-1}$
 - b) $6^{x-5} = 36^{(x+1)/2}$
 - c) $3^{(4x-5)/2} = 27^{(x-1)/4}$
 - d) $5^{6x+1} = 125^{2x+1}$
 - e) $9^{6x+2} - 3^{(x+1)/3} = 0$

- 5 Calcula el resultado de las siguientes expresiones:
 - a) $\log_2 256 + \log_3 243 + \log_6 36 - \log_4 1024$
 - b) $\log_5 625 - \log_6 1296 - \log 1000 + \log_2 128$
 - c) $-\log_4 1024 + \log_6 7776 - \log_5 125$
 - d) $(-\log_2 128) + \log_7 343 - \log_5 625 + \log 10000$

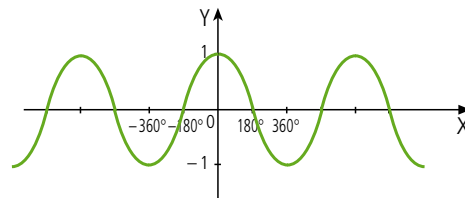
- 6 Representa una función que tenga las siguientes características:
 - a) Que el dominio sea $(0, \infty)$.
 - b) Que sea continua.
 - c) Que pase por el punto (1, 0).
 - d) Que sea creciente.
 - e) Que pase por el punto (2, 1).
 - f) Que cuando x se acerque a cero, la función se acerque a menos infinito.

¿Sabrías indicar a qué función corresponden estas características?

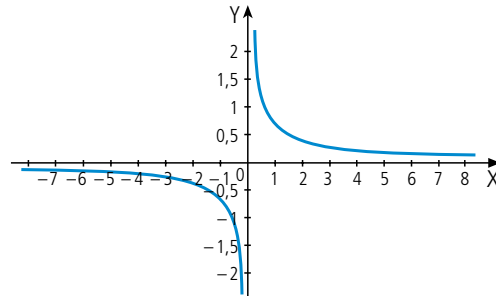
7 Completa la siguiente tabla:

x	$\text{sen } \frac{x}{2}$
0°	
90°	
180°	
270°	
360°	

8 Indica las características de la siguiente gráfica correspondiente a la función $\cos \frac{x}{2}$:



9 Indica las características de la siguiente gráfica.



- 1 Observa la siguiente relación:

$$11 - 2 = 9 = 3^2$$

$$1\ 111 - 22 = 1\ 089 = 33^2$$

$$11\ 111 - 222 = 110\ 889 = 333^2$$

¿Cómo puedes expresar según esta relación el número 11 108 889?

- 2 Un cuento chino habla de dos pelícanos enemistados, los cuales vivían en dos troncos secos separados por un río. La longitud del río era de 15 pies, mientras que los troncos medían 9 y 6 pies de altura. Un día, un pez despistado pasaba por el río y ambos pelícanos se lanzaron sobre él. El pez escapó y los dos pelícanos llegaron a la vez al río, chocando sus picos y entrelazándose de tal manera que les mantuvo unidos de por vida. ¿A qué distancia estaba el pez del tronco más alto?

- 3 ¿Qué puedes deducir de las siguientes expresiones?:

$$x^x = a, y^y = a$$

- 4 Tenemos tres montones de galletas de 11, 7 y 6 galletas. Podemos pasar galletas de un montón a otro, de tal manera que a un montón solo se le pueden añadir tantas galletas como tenga el montón en ese instante y todas las galletas añadidas han de proceder de un mismo montón. ¿Cuál es el menor número de movimientos que podemos realizar con las anteriores reglas, de tal manera que tengamos tres montones iguales?
- 5 El radio de un círculo inscrito en un triángulo equilátero mide 4 cm, mientras que el radio del círculo circuncrito mide 6 cm. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

