



# Probabilidad

aaf  
01/03/2011

## Probabilidad

### Espacio muestral.

---

*Se llama experimento aleatorio a aquel en el que el resultado obtenido depende exclusivamente del azar, es decir, no puede predecirse.*

Ej: lanzar un dado, extraer una carta de una baraja, etc.

Poner ejemplos que no sean experimento aleatorio

*Llamamos espacio muestral al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, le denominaremos  $E$  y se simboliza incluyendo entre llaves todos los resultados posibles.*

Ej: si lanzamos dos monedas al aire el espacio muestral estará formado por  $E = \{cc, c+, +c, ++\}$ .

Poner más ejemplos

Para construir espacios muestrales te será de gran ayuda la construcción de diagramas en árbol

Ejemplo: Lanzar tres monedas y anotar resultados.

*Cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio se denomina suceso. Los sucesos son subconjuntos del espacio muestral  $E$  y se simbolizan con letras mayúsculas*

Ej: en el experimento aleatorio lanzar un dado suceso "sacar par", suceso "sacar menos de tres"

Una vez realizado un experimento aleatorio y considerado su correspondiente espacio muestral, llamaremos **espacio de sucesos**  $S$  al conjunto formado por todos los posibles sucesos del experimento, es decir formado por todos los subconjuntos de  $E$ .

## Tipos de sucesos:

---

**Suceso elemental:** está formado por un único resultado del experimento

Ej: Sacar un uno al lanzar un dado  $A = \{1\}$  (está formado por un solo elemento)

**Suceso compuesto:** está formado por dos o más sucesos elementales:

Ej: Sacar par a lanzar un dado  $B = \{2, 4, 6\}$

**Suceso seguro** es aquel que coincide con el espacio muestral. Se verifica siempre.

Ej: Sacar un número menor que siete a lanzar un dado

**El suceso imposible:** es aquel que no se verifica nunca. se simboliza con  $\emptyset$  (conjunto vacío)

Ej: Sacar un número mayor que seis a lanzar un dado normal.

**Sucesos iguales:** son aquellos que están formados por los mismos elementos.

**Suceso contrario o complementario de A,** es el que se verifica cuando no se verifica A. se simboliza por  $A^c$  o por  $\bar{A}$

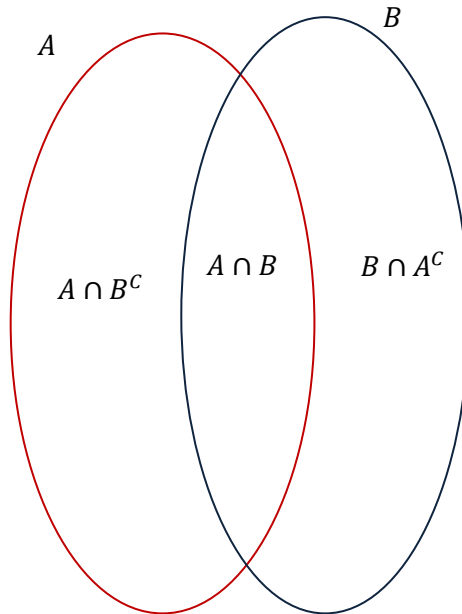
Se define **diferencia de sucesos  $A - B$**  como el suceso que se verifica cuando “se verifica A y no se verifica B”, como veremos en el siguiente apartado es  $A \cap \bar{B}$

## Unión e Intersección de sucesos:

---

**Unión:** Se simboliza  $A \cup B$ , y es el suceso que se verifica si se verifica alguno de los dos. Se lee A o B

**Intersección:** Se simboliza  $A \cap B$ , y es el suceso que se verifica cuando se verifican los dos a la vez. Se lee A y B



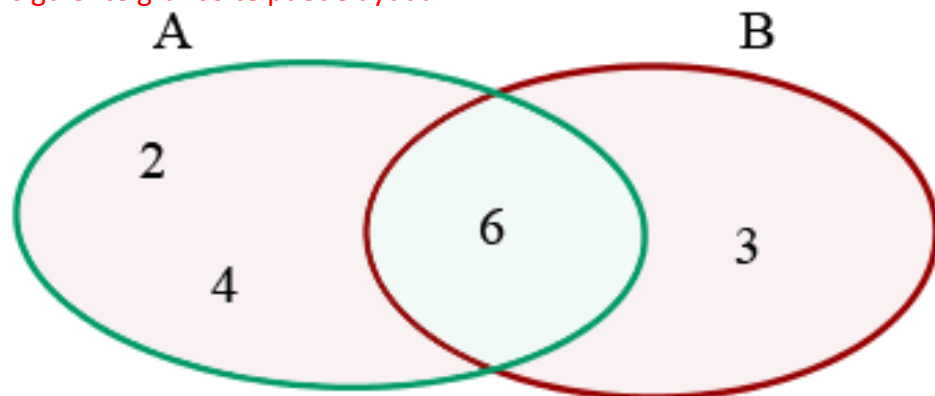
Dados los sucesos :

Suceso A =sacar par a lanzar un dado

Suceso B =sacar número múltiplo de tres

Calcula:  $A \cup B; A \cap B; A \cap \bar{B}; (A \cap B)^c; \bar{A} \cup \bar{B}$

El siguiente gráfico te puede ayudar



Propiedades de la unión e intersección de sucesos: Algebra de Boole.

PROPIEDADES	INTERSECCION	UNION
CONMUTATIVA	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$
ASOCIATIVA	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
IDEMPOTENTE	$A \cap A = A$	$A \cup A = A$
SIMPLIFICACION	$A \cap (B \cup A) = A$	$A \cup (B \cap A) = A$
DISTRIBUTIVA	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
ELEMENTOS NEUTROS	$A \cap E = A$	$A \cup \emptyset = A$
ABSORCION	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cup E = E$

Dos sucesos son **incompatibles** si  $A \cap B = \emptyset$ . (no pueden verificarse simultáneamente): Ser rubio y ser moreno. Ser hombre y ser mujer

Leyes de Morgan $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
---

## Frecuencias

Si efectuamos  $n$  pruebas de un experimento aleatorio, designaremos por  $n_A$  el número de veces que se ha verificado el suceso A. El número  $n_A$  se llama **frecuencia absoluta** del suceso A.

Se llama **frecuencia relativa** del suceso A al cociente entre la frecuencia absoluta y el número de pruebas:  $fr(A) = \frac{n_A}{n}$ .

### Ejemplos :

Personas con gafas en clase

Personas sin gafas.

¿ cuánto suman las frecuencias relativas

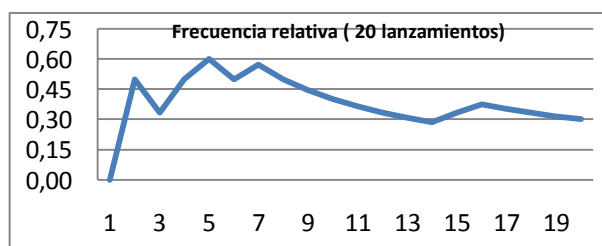
## Probabilidad .-

La idea intuitiva de probabilidad se basa en la llamada **ley de los grandes números** o de **“estabilización de frecuencias”** enunciada por Bernoulli:

*“La frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse en torno a un número, a medida que el número de pruebas del experimento crece indefinidamente”.*

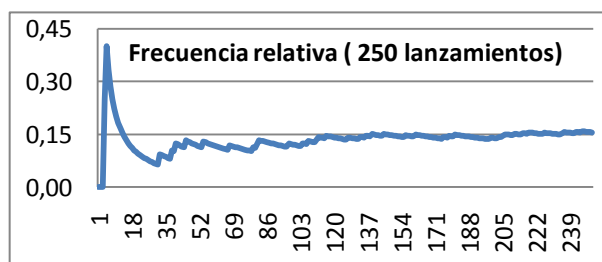
Es decir, si A es un suceso, podríamos hablar del  $\lim_{n \rightarrow \infty} fr(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$

Este número al que tiende la frecuencia relativa es lo que llamaremos la **probabilidad** del suceso. Se representará como **p(A)**.



En el experimento aleatorio “lanzar un dado al aire”, consideramos el suceso “ sacar un seis”

Si representamos en un sistema de ejes cartesianos en el eje OX el lanzamiento correspondiente, y la frecuencia relativa en el eje de ordenadas observamos que la frecuencia se va “estabilizando” en torno al valor  $1/6 = 0,15$  a medida que aumentamos el nº de



lanzamientos

## Definición axiomática de probabilidad (Axiomas de Kolmogorov)

La probabilidad es una función que asigna a cada suceso  $A \in \mathcal{S}$  un número real que verifica:

- $0 \leq P(A) \leq 1 \quad \forall A \in \mathcal{S}$
- $P(E) = 1$
- si A y B son sucesos incompatibles,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Consecuencias de la definición:

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ : La probabilidad de que “no se verifique A” e 1- la probabilidad de que se verifique.
- $P(\emptyset) = 0$ : La probabilidad de que se verifique un suceso imposible es 0
- Si A y B son compatibles, es decir, si se pueden verificar a la vez, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Regla de Laplace:

La probabilidad de un suceso A se calcula como el número de casos favorables a la verificación del suceso A, dividido por el número de casos posibles del experimento aleatorio:

$$p(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Ejemplos:

Al sacar una carta de una baraja española calcula la probabilidad de:

- Obtener un tres
- Obtener copas
- Un caballo o un rey

Si se lanza una moneda tres veces al aire, calcula la probabilidad de:

- Sacar dos caras
- Sacar al menos 2 caras
- Ninguna cara

## Probabilidad condicionada.-

En muchas ocasiones, la verificación o no de un suceso se estudia en función de otro suceso de cuya verificación depende o del cual está condicionado.

Si lanzamos una moneda al aire dos veces, el resultado del segundo lanzamiento no depende del resultado obtenido el primer lanzamiento.

Sin embargo, si extraemos dos cartas de una baraja sin reemplazamiento, el resultado de la segunda extracción depende del resultado que hayamos obtenido en la primera extracción.

Se define **probabilidad condicionada** del suceso  $B$  respecto del suceso  $A$ , y se representa  $p(B/A)$  y se lee "probabilidad de que se verifique  $B$  condicionado a que se haya verificado  $A$ ", al valor  $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ , siempre que  $p(A) \neq 0$ . de donde deducimos  $p(A \cap B) = p(A) p(B/A)$ .

Ejemplo:

Queremos calcular la probabilidad de obtener cuatro reyes al sacar cuatro cartas de una baraja española de 40 cartas.

Si consideramos que no hay reemplazamiento la probabilidad será:

$$\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} \cdot \frac{1}{37}$$

Con reemplazamiento (devolviendo la carta extraída a la baraja) será:

$$\frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40}$$

Dos sucesos  $A, B \in \Omega$  se dicen **independientes** si  $p(B) = p(B/A)$ .

Es decir, si son independientes se verifica:  $p(A) \cdot p(B) = p(A \cap B)$

Si  $A$  y  $B$  son independientes, entonces  $A$  y  $B^C$  son independientes,  $A^C$  y  $B$  son independientes, y  $A^C$  y  $B^C$  son independientes.

### Teorema de la probabilidad total:

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son un sistema completo de sucesos tal que  $p(A_i) \neq 0$ ,  
 $\forall i = 1, \dots, n$ , entonces la probabilidad de un suceso B cualquiera es:

$$p(B) = p(A_1) p\left(\frac{B}{A_1}\right) + p(A_2) p\left(\frac{B}{A_2}\right) + \dots + p(A_n) p\left(\frac{B}{A_n}\right)$$

Un juego consiste en lanzar una moneda al aire, si sale cara se saca una bola de una urna en la que hay dos bolas rojas y tres negras; si sale cruz se saca una bola de otra urna en la que hay tres bolas rojas y tres negras. Calcula la probabilidad de que al realizar un juego la bola extraída sea negra.

Tenemos que calcular la probabilidad de que salga cruz y saquemos una bola negra habiendo salido cruz, o que salga cara y saquemos una bola negra habiendo salido cara. Traducido al lenguaje de sucesos:

Sea N el suceso "sacar bola negra"

Sea C el suceso "sacar cara"

Sea X el suceso "sacar cruz"

$$P(N) = P(C) \cdot P\left(\frac{N}{C}\right) + P(X) \cdot P\left(\frac{N}{X}\right)$$
$$1/2 \cdot 3/5 + 1/2 \cdot 3/6 = 11/20$$

### Teorema de Bayes:

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son un sistema completo de sucesos tal que  $p(A_i) \neq 0$ ,

$\forall i = 1, \dots, n$ , entonces para un suceso  $B$  cualquiera se verifica:  $p(A_i/B) =$

$$\frac{p(A_i) p(B/A_i)}{p(A_1) p(B/A_1) + p(A_2) p(B/A_2) + \dots + p(A_n) p(B/A_n)}, \text{ y esto para cualquier } i = 1, \dots, n.$$

### **Ejemplo.**

El parte meteorológico ha anunciado tres posibilidades para el fin de semana:

**a) Que llueva:** probabilidad del 50%.

**b) Que nieve:** probabilidad del 30%

**c) Que haya niebla:** probabilidad del 20%.

Según estos posibles estados meteorológicos, la posibilidad de que ocurra un accidente es la siguiente:

**a) Si llueve:** probabilidad de accidente del 20%.

**b) Si nieva:** probabilidad de accidente del 10%

**c) Si hay niebla:** probabilidad de accidente del 5%.

Resulta que efectivamente ocurre un accidente y como no estábamos en la ciudad no sabemos que tiempo hizo (llovió, nevó o hubo niebla). El teorema de Bayes nos permite calcular estas probabilidades:

Las probabilidades que manejamos antes de conocer que ha ocurrido un accidente se denominan "**probabilidades a priori**" (lluvia con el 50%, nieve con el 30% y niebla con el 20%).

Una vez que incorporamos la información de que ha ocurrido un accidente, las probabilidades del suceso  $A$  cambian: son probabilidades condicionadas  $P(A/B)$ , que se denominan "**probabilidades a posteriori**".

Vamos a aplicar la fórmula:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) * P(B/A_i)}{\sum P(A_i) * P(B/A_i)}$$

**a) Probabilidad de que estuviera lloviendo:**

$$P(A_i/B) = \frac{0,50 * 0,20}{(0,50 * 0,20) + (0,30 * 0,10) + (0,20 * 0,05)} = 0,714$$

La probabilidad de que efectivamente estuviera lloviendo el día del accidente (probabilidad a posteriori) es del 71,4%.

**b) Probabilidad de que estuviera nevando:**

$$P(A_i/B) = \frac{0,30 * 0,10}{(0,50 * 0,20) + (0,30 * 0,10) + (0,20 * 0,05)} = 0,214$$

La probabilidad de que estuviera nevando es del 21,4%.

**c) Probabilidad de que hubiera niebla:**

$$P(A_i/B) = \frac{0,20 * 0,05}{(0,50 * 0,20) + (0,30 * 0,10) + (0,20 * 0,05)} = 0,071$$

La probabilidad de que hubiera niebla es del 7,1%

## PROBLEMAS

- 1.- Un coche de alto valor dispone de dos dispositivos de alarma contra robo. El dispositivo A tiene una probabilidad de funcionar ante una agresión de 0,9 y el B de 0,7.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que un "caco" se asuste, al menos, al intentar robarlo?
  - b) Calcula la probabilidad de que funcione únicamente el primer dispositivo.
- 2.- Una compañía de seguros de vida estima que la probabilidad de que una mujer sana alcance los 70 años de edad es 0,8. Para un hombre en las mismas condiciones se considera la probabilidad de 0,7.
  - a) Determínese la probabilidad de que en un matrimonio ambos alcancen los 70 años de edad.
  - b) Calcúlese la probabilidad de que ambos hayan fallecido
- 3.- El 6% de los coches de una determinada fábrica tienen defecto en el motor, el 8% tienen defecto en la carrocería y el 2% tienen defecto en ambos.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche tenga al menos un defecto?
  - b) ¿Y la probabilidad de que un coche no sea defectuoso?
- 4.- Una encuesta revela que sólo el 30% de los alumnos son partidarios de las pruebas de Selectividad y que el resto están en contra. En una clase de 40 alumnos se eligen dos al azar. Calcula la probabilidad de que ninguno de los dos sea partidario de dichas pruebas.
- 5.- Un tirador tiene una probabilidad de hacer blanco de  $\frac{2}{3}$ . Si tira 3 veces, calcula:
  - a) La probabilidad de hacer blanco exactamente una vez.
  - b) La probabilidad de hacer blanco más de una vez.
- 6.- La probabilidad de que un alumno de COU estudie Matemáticas II es de 0,4. Calcula la probabilidad de que en un grupo de 10 alumnos elegidos al azar haya exactamente 2 que NO estudien Matemáticas II.
- 7.- En una oposición un concursante sabe sólo 40 temas de los 100 de que consta el cuestionario. Para realizar el examen extraerá de una sola vez y al azar 3 temas y el tribunal dejará libertad al opositor para que elija uno de los tres extraídos (para ser examinado de él). ¿Qué probabilidad tiene el opositor de elegir al menos uno de los temas estudiados?.
- 8.- Un profesor de academia de conducir reparte al azar 3 carnés entre 3 alumnos. Calcula:
  - a) La probabilidad de que a cada alumno le haya dado su propio carné.
  - b) La probabilidad de que a ningún alumno la haya dado su propio carné.
- 9.- Tenemos cinco pares distintos de guantes. Entremezclamos bien los diez guantes. Elegimos dos de ellos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos formen pareja?.
- 10.- Lanzamos una moneda al aire cinco veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos tres caras?.
- 11.- a) Define suceso seguro, suceso contrario de un suceso A y sucesos incompatibles en un determinado experimento aleatorio.

b) Si A y B son dos sucesos cuya verificación simultánea es imposible, ¿cuál es la probabilidad del suceso  $A \cup B$  ?.

12.- Considera un dado clásico de 6 caras numeradas del 1 al 6. Se pide:

a) Calcula la probabilidad de que al lanzar el dado 2 veces, al menos en una de las tiradas salga el número 5.

b) Calcula la probabilidad de que al lanzar el dado 3 veces, salga las 3 veces un número par.

13.- Considera el espacio muestral  $E = (a, b, c, d)$  en el que los cuatro sucesos tienen la misma probabilidad.

Sean  $S_1 = \{a, b\}$  y  $S_2 = \{a, c\}$ .

a) ¿Son  $S_1$  y  $S_2$  sucesos incompatibles?.

b) Calcula la probabilidad del suceso  $S_1 \cup S_2$  y la probabilidad del suceso contrario de  $S_2$

14. - En un determinado centro los alumnos pueden elegir estudiar como idioma obligatorio Inglés, Francés o Italiano. El 85% de los alumnos estudia Inglés, de los cuales la mitad son chicos. El 10% estudia Francés, de los cuales el 70% son chicas; y el 5% estudia Italiano, de los cuales el 60% son chicas. Se elige un alumno al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que sea chico y estudie Francés.

b) La probabilidad de que sea chica.

15.- Con las cifras 1, 2, 3 y 4 se forman todos los números posibles de cuatro cifras distintas. Se elige un número al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que termine en 1.

b) La probabilidad de que sea un número par.

c) La probabilidad de que sea un múltiplo de 5.

d) La probabilidad de que la suma de sus cifras sea 10.

16.- En una ciudad se publican tres periódicos A, B y C. El 30% de la población lee A, el 20% lee B y el 15% lee C; el 12% lee A y B, el 9% A y C, el 6% B y C, mientras que sólo el 3% lee los tres. Calcula el porcentaje de la población que lee, al menos uno de los tres periódicos.

17 - A un congreso internacional asisten 150 personas. Se sabe que 65 personas son mujeres, 50 personas son europeas y 30 personas son mujeres europeas. Se elige una persona al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que sea hombre europeo.

b) Si se sabe que es una persona europea, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

18.- En un bote hay 6 caramelos de fresa, 7 de menta y 7 de limón. Si se extraen 3 caramelos sucesivamente, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean de sabores distintos?.

- 19.- De entre los números del 1 al 100, se elige uno al azar.
- Calcula la probabilidad de que sea múltiplo de 9.
  - Si el número extraído es múltiplo de 3, ¿cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 9?.
  - Si el número extraído es múltiplo de 9, ¿cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 3?.
- 20.- Una encuesta revela que el 30% de los alumnos de Bach. son partidarios de las pruebas de selectividad y el resto están en contra. En una clase de 40 alumnos se eligen dos al azar. Calcula la probabilidad de que:
- Los dos sean partidarios de dichas pruebas.
  - Que uno esté a favor y el otro en contra.
- 21.- Una bolsa contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 2 verdes. Se realizan dos extracciones sin reemplazamiento.
- Halla la probabilidad de que obtengamos 2 bolas verdes.
- 22.- Los resultados de cierto grupo de ESO muestran que la probabilidad de aprobar la asignatura de Matemáticas es 0.8 y Dibujo 0.7. Además la probabilidad de aprobar ambas asignaturas es 0.6.
- ¿Es independiente aprobar Matemáticas de aprobar Dibujo?.
  - Se elige un alumno al azar, se sabe que ha aprobado Matemáticas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado Dibujo?
- 23.- Se lanzan dos dados simultáneamente y se suman los puntos que aparecen . ¿ cuál es la probabilidad de la suma más frecuente ?
- 24.- Se consideran dos sucesos A y B tales que  $p(A) = 0,7$  y  $p(B) = 0,4$  y  $p(A \cap B) = 0,2$  . Calcula razonadamente : a)  $p(\overline{A \cup B})$  b)  $p(B/\overline{A \cup B})$
- 25.- A una carrera de la Universidad acceden el 30% de estudiantes con estudios del tipo A, el 45% con estudios del tipo B, y el resto con estudios del tipo C. Las probabilidades de aprobar en primera convocatoria una determinada asignatura son de 0,5 0,6 y 0,7 para cada tipo de estudios previstos respectivamente.

## DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

1.- Se han medido los coeficientes de inteligencia de 500 alumnos y del estudio de la distribución se ha obtenido una media de 95 y una desviación típica de 10. Suponiendo que la distribución es normal, se pide:

a) Probabilidad de que el coeficiente de un alumno sea superior a 100.

b) ¿De cuántos alumnos cabe esperar que tengan su coeficiente comprendido entre 85 y 105?.

Nota: En este modelo de examen los alumnos necesitan utilizar tablas de la función de distribución  $N(0,1)$ .

2.- Al final de una carretera hay tres desviaciones sin señalizar. Una de ellas conduce a un determinado pueblo. ¿Cuál es la probabilidad de que 6 personas de las 10 que se dirigen por separado a dicho pueblo acierten con el camino adecuado?.

3.- La duración media de un lavavajillas es de 15 años, y su desviación típica 0,5. Sabiendo que la vida útil del lavavajillas se distribuye normalmente, halla la probabilidad de que al adquirir un lavavajillas dure más de 15 años.

4.- La media de los pesos de los estudiantes de un Instituto es 70 kg. y su desviación típica 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, halla la probabilidad de que un estudiante pese entre 60 kg. y 75 kg.

5.- Cierta máquina corta placas cuadradas cuyo lado, medido en centímetros es una variable aleatoria  $X$  sujeta a la ley normal  $N(10, 0,4)$ . ¿Cuál es la probabilidad de que una placa tenga una superficie menor o igual a 121 cm.<sup>2</sup>?

6.- En una muestra de 1000 personas de una determinada población resultó que la talla media era 170 cm. con una desviación típica de 10 cm. Sabiendo que la talla se distribuye normalmente, calcula el número de personas que miden:

a) menos de 160 cm.;

b) más de 2 m.

7.- La nota media de 50 alumnos de COU que desean ingresar en un determinado centro universitario es de 5,6 y la desviación típica de 1,5. Sabiendo que para ingresar en el citado centro se necesita una media de 6,1, ¿qué número aproximado de alumnos fueron admitidos?. (Se considera la distribución normal).

8.- La probabilidad de que un estudiante obtenga el título de arquitecto es de 0,3. Calcula la probabilidad de que de un grupo de siete estudiantes matriculados en primer curso:

a) Los siete finalicen la carrera.

b) Al menos dos acaben la carrera.

9. - Después de varios años de Pruebas de Selectividad se ha comprobado que las calificaciones siguen una distribución normal de media 6,3 y desviación típica 0,7. Halla:

a) La probabilidad de que un alumno suspenda.

b) Si un centro presenta 80 alumnos a la prueba, ¿qué número aproximado de alumnos de dicho centro cabe esperar que superen la prueba?.

10. - Las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 66 cm. y una desviación típica de 5. Calcula de cuántos recién nacidos cabe esperar que tengan sus tallas comprendidas entre 65 cm. y 70 cm. NOTA: Se podrán usar tablas  $N(0, 1)$ .

11. - En una panadería se cortan panecillos con un peso que se ajusta a una distribución normal de media 100 gr. y desviación típica 9. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un panecillo cuyo peso oscile entre 80 gr. y la media?

12.- Se supone que la estancia media de los enfermos en un sanatorio sigue una distribución normal de media 8 días y desviación típica 2. Calcula la probabilidad de que un determinado enfermo:

a) Permanezca en el sanatorio entre 7 y 10 días.

b) Si en el sanatorio hay ingresados 200 enfermos, ¿cuántos cabe esperar que permanezcan en el sanatorio menos de 5 días?.

13.- En una cierta población se sabe que el 20% habla correctamente el castellano. Se elige una muestra al azar de 10 personas. Hallar la probabilidad de que:

a) Todas hablen correctamente el castellano.

b) Sólo una persona lo hable bien.

14.- En un determinado estudio en un barrio periférico de una gran ciudad se ha visto que la edad media aproximada es de 35 años con desviación típica de 5,3. ¿Qué porcentaje de personas se encuentran por encima de los 45 años?. (Sept. - 95)

15. - Un agente de seguros vende pólizas de seguro de vida a 5 personas de la misma edad y con buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona, en esas condiciones, viva 30 años o más es de  $2/3$ . Halla la probabilidad de que al cabo de 30 años vivan:

1) Las cinco personas.

2) Al menos 3 personas.

## PROBLEMAS

1.- El estudio sobre los créditos concedidos por un banco multinacional el pasado año revela que el 42% de dichos créditos se ha concedido a clientes españoles, el 33% a clientes del resto de la Unión Europea y el 25% a clientes del resto del mundo. De esos créditos, los créditos hipotecarios suponen, respectivamente, el 30%, el 24% y el 14%. Elegido un cliente al azar que ha recibido un crédito, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito concedido no sea hipotecario?

2.- En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las empresas bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30%, la segunda el 45% y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que de las inspecciones realizadas por la primera persona, el 1% son erróneas; la segunda comete errores en el 3% de los casos y la tercera en el 2% de los casos.

- Calcula la probabilidad de que, al elegir al azar una inspección, ésta sea errónea.
- Al elegir una inspección correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?

3.- El 70% de los clientes de una empresa tiene menos de 40 años. De los mayores de 40 años el 10% compra el producto A. El 60% de los clientes que consumen el producto A tiene menos de 40 años. Calcula la probabilidad de que elegido aleatoriamente un cliente de la empresa, éste sea comprador del producto A.

4.- El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica les gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegida al azar una persona a la que le gusta la música clásica sea jubilada.

5.- Un establecimiento comercial dispone en el almacén de 300 unidades del producto A, 600 del producto B y 100 del producto C. La probabilidad de que una unidad sea defectuosa sabiendo que es del producto A es 0,2 y de que lo sea sabiendo que es del producto B es 0,15. Se sabe que la probabilidad de que siendo una unidad defectuosa proceda de C es 0,3. Halla la probabilidad de que una unidad sea defectuosa sabiendo que es del producto C

6.- Juan, María y Pablo quedan para ir al cine. Las probabilidades de llegar con retraso son 0,3, 0,2 y 0,1 respectivamente. El retraso o no de uno de ellos no depende de los otros dos. Calcula las probabilidades siguientes:

- Ninguno se retrasa.
- Sabiendo que solo uno se retrasó. ¿Cuál es la probabilidad de que fuera Juan?

7.- En un examen realizado a un grupo de alumnos, tres han obtenido la calificación más alta. Como sólo se puede dar una matrícula de honor, deciden que ésta será para aquel que saque la bola blanca de una bolsa que contiene dos bolas negras y una blanca. Los tres van sacando, por orden, una bola que no devuelven. ¿Quién tiene más probabilidad de sacar la bola blanca: el primero, el segundo o el tercero?.